

## Тәжірибелік сабақ

### Тақырып 10. Бір айнымалыға байланысты функцияның дифференциалдық есептеуі. Бір айнымалыға байланысты функцияның туындысының геометриялық және механикалық мағынасы. Туындының кестесі. Дифференциалдау ережелері.

Мысал 1.  $y = f(x)$  функциясының  $x_0$  нүктесіндегі жанамасының теңдеуін жаз.

а)  $y = x^2$ ,  $x_0 = 1 \Rightarrow y(1) = 1$ .  $k = f'(1)$  болғандықтан, жанаманың теңдеуі  $y - 1 = f'(1)(x - 1)$ .  $f'(x)$ -ті табалық:

$$\Delta y = (x + \Delta x)^2 - x^2 = 2x\Delta x + (\Delta x)^2 \Rightarrow \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta x = 2x \Rightarrow \\ \Rightarrow f'(x) = 2x^2 \Rightarrow f'(1) = 2 \Rightarrow y - 1 = 2(x - 1) \Rightarrow 2x - y - 1 = 0.$$

б)  $y = x^3$ ,  $x_0 = 0 \Rightarrow y(0) = 0$ .  $(x^3)' = 3x^2$  болғандықтан,  $k = 0$  және жанаманың теңдеуі  $y = 0$ .

в)  $y = |x|$ ,  $x_0 = 0$ .

Мысал 2. Берілген функциялардың туындыларын тап

а)  $y = x^3$ . 2-формуладан  $u(x) = x$ ,  $\alpha = 3 \Rightarrow y' = 3x^{3-1} \cdot x' = 3x^2$ .

б)  $y = \sqrt[3]{x^2}$ .  $y = x^{2/3}$ . 2-формуладан

$$u(x) = x, \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow y' = \frac{2}{3} x^{2/3-1} \cdot x' = \frac{2}{3} x^{-1/3} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}.$$

в)  $y = \frac{1}{x^2}$ .  $y = x^{-2}$ . 2-формуладан

$$u(x) = x, \alpha = -2 \Rightarrow y' = -2x^{-2-1} \cdot x' = -2x^{-3} = \frac{-2}{x^3}.$$

г)  $y = 2^{x^3}$ .

$$a = 2, u = x^3, \Rightarrow y' = 2^{x^3} \cdot \ln 2 \cdot (x^3)' = 2^{x^3} \cdot \ln 2 \cdot 3x^2 = 2^{x^3} \cdot 3x^2 \ln 2.$$

д)  $y = \sin^2 x^3 = [\sin x^3]^2$ .

$$u = \sin x^3, \alpha = 2 \Rightarrow y' = 2(\sin x^3)^{2-1} \cdot (\sin x^3)' \Rightarrow$$

$$u = x^3 \Rightarrow 2 \sin x^3 \cdot \cos x^3 \cdot (x^3)' = 3x^2 \sin 2x^3.$$

е)

$$y = \cos x \cdot (1 + x^2) \Rightarrow y' = (\cos x)' \cdot (1 + x^2) + \cos x \cdot (1 + x^2)' = -\sin x \cdot (1 + x^2) + \cos x \cdot [1' + (x^2)'] = \\ = -\sin x \cdot (1 + x^2) + 2x \cos x.$$

### 3. Келесі есептерді өз беттеріңмен шығарыңдар

1. Келесі функциялардың туындыларын тап:

а)  $y = 3x^3 5\sqrt[3]{x^5} - 4/x^3$  ;

б)  $y = x^3 \sin x \cdot \ln x$  ;

в)  $y = \sqrt{(x^3 + 1)/(x^3 - 1)}$ .

г)  $y = \sqrt[7]{x^5} - 2/x^4 + 7x^6$  ;

д)  $y = (x^9 + 1)\cos 5x$  ;

е)  $y = ((x^4 + 1)/(x^4 - 1))^3$ .

ж)  $y = 4\sqrt{x} + 4/\sqrt{x} + 3x^2$  ;

з)  $y = x^3 \operatorname{tg} x \cdot e^{2x}$  ;

и)  $y = (\sin^2 x)/(x^3 + 1)$ .

2.  $y = \ln(x^2 - 4x + 4)$  қисығына  $x_0 = 1$  нүктесінде жүргізілген жанама мен нормальдің теңдеулерін жаз. (Жауабы:  $2x + y - 2 = 0$ ;  $x - 2y - 1 = 0$ .)

3. Туындының анықтамасын пайдаланып ((2) формуласын қара),  $y = (3x - 1)/(2x + 5)$  функциясының туындысын тап. (Жауабы:  $y' = 17/(2x + 5)^2$ .)

4. Материалық нүктенің  $t$  сек аралығында жүрген жолы  $s = \frac{1}{4}t^4 - \frac{1}{3}t^3 + 2t + 1$  (s – метрмен өлшенеді). Берілген нүктенің  $t = 0$ ; 1; 2 с уақыт мезетіндегі қозғалысының жылдамдығын тап. (Жауабы: 2 м/с; 2 м/с; 6 м/с.)